



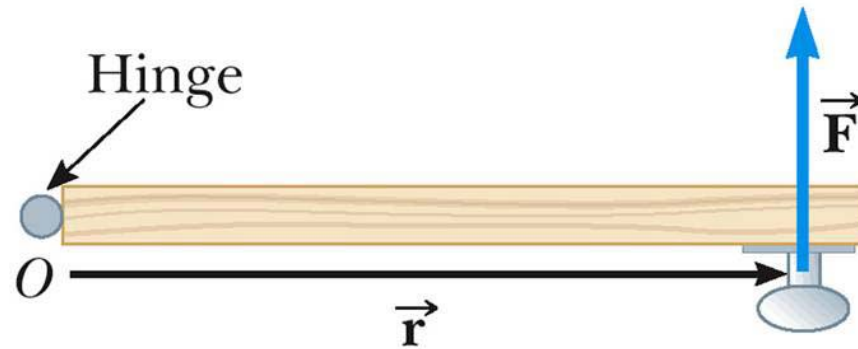
Ротациона динамика



Силе vs. Моменат силе

- Силе изазивају убрзање
- Моменти силе изазивају угаоно убрзање
- Сила и момент силе су међусобно повезани

Момент силе



- Врата су слободна да ротирају око осе O
- три фактора одређују ефикасност силе у отварању врата:
 - *интензитет* силе
 - *позиција* (нападна тачка) у којој се примењује сила
 - *угао* под којим се примењује сила



Питање-шрафцигер

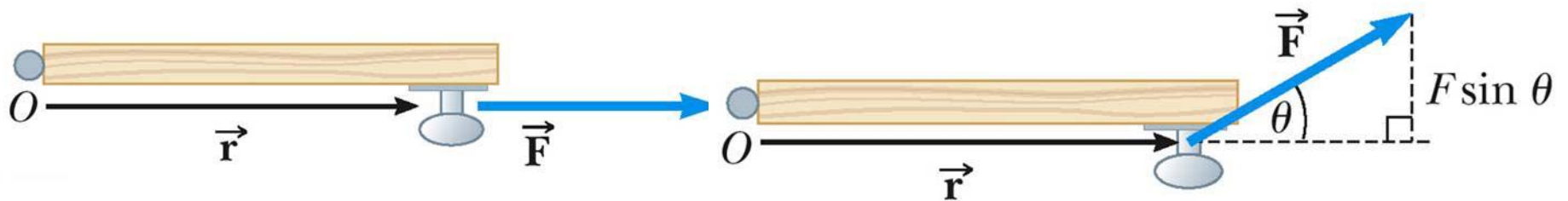
- Користите шрафцигер да одвртите шраф. Да би лакше одвртели шраф, треба да користите шрафцигер који је:
 - a) Дужи
 - b) Краћи
 - c) Има ширу дршку
 - d) Има ужу дршку



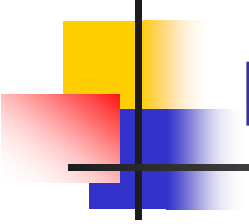
Моменат, наставак

- Моменат, τ , је тенденција силе да ротира објекат око неке осе
 - $\tau = r F$ – сила нормална на радијус
 - τ је моменат
 - F је сила
 - r је радијус
- SI јединица је N·m

Ошта дефиниција момента



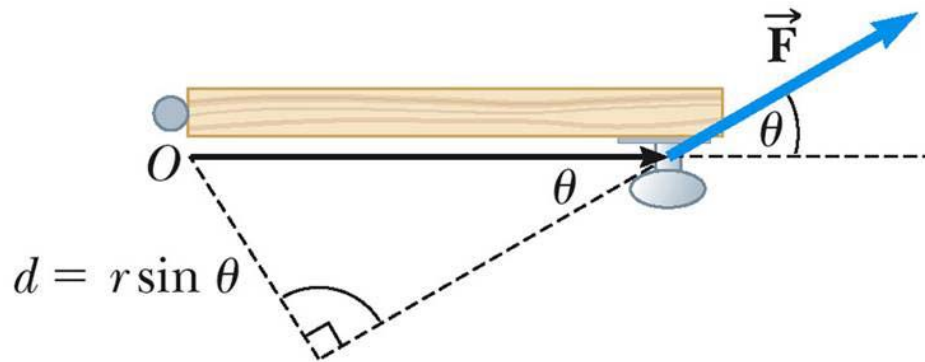
- Када је сила паралелна вектору радијуса, нема ротације
- Када је сила под неким углом, само нормална компонента изазива ротацију



Општа дефиниција момента, крај

- У случају да сила *не* делује нормално на вектор радијуса:
 - $\tau = r F \sin \theta$
 - F је сила
 - r вектор радијуса
 - θ је угао између силе и вектора радијуса

Крак силе



- *крак силе*, d , је нормално растојање од осе ротације до линије која је нацртана дуж правца деловања силе
- $d = r \sin \theta$
- $\tau = F \cdot d$



Више момената

- Ако више момената делује на објекат, они се сабирају.
- Сума свих момената који делују на објекат се назива резултантни моменат.
- При сабирању момената морамо да водимо рачуна о њиховом знаку.



Знак момента

- Ако сила има тенденцију да ротира објекат супротно од казаљке на сату, моменат је позитиван.
- Ако сила ротира објекат у смеру супротном од казаљке на сату, моменат је негативан.



Услов равнотеже

- Услов за транслациону равнотежу
 - Сума свих спољашњих сила мора да буде нула $\Sigma \vec{\mathbf{F}} = 0$ or
$$\Sigma \vec{\mathbf{F}}_x = 0 \text{ and } \Sigma \vec{\mathbf{F}}_y = 0$$
- Услов за ротациону равнотежу
 - Сума свих спољашњих момената мора да буде нула
$$\Sigma \tau = 0$$
- Оба услова морају да буду задовољена

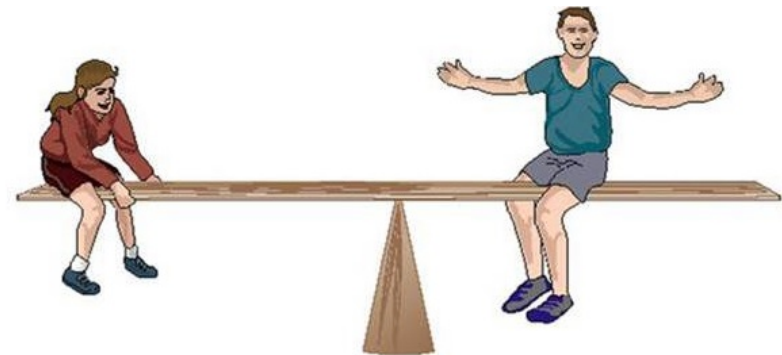


Равнотежа-оса ротације

- Ако је објекат у равнотежи, није битно где поставите осу ротације за рачунање резултантног момента
 - Обично природа проблема сугерише најпогоднију осу
 - Често се оса бира да “елиминише” силу која није од интереса.
 - Када једном одаберете осу, морате конзистантно да је користите у целом проблему

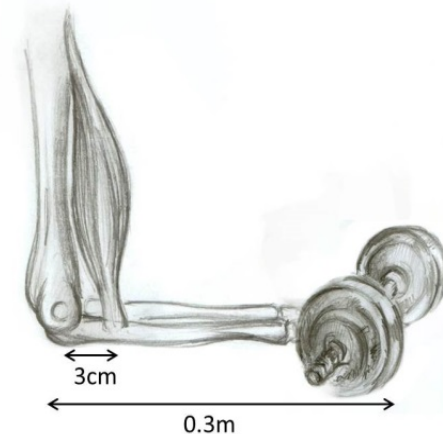
Задатак - клацкалица

- Девојчица масе $m=20\text{kg}$ седи на левој страни клацкалице дужине $L=6\text{m}$. Где треба да седи дечак масе $M=30\text{kg}$, да би клацкалица била у равнотежи?



Задатак - рука

Човек држи у руци тег од 200N . Бицепс је везан 0.03m од зглоба, а тежина се налази 0.3m од зглоба. Нађи силу F којом бицепс делује на руку, и силу R којом вертикална кост делује на хоризонталну.





Моменат и угаоно убрзање

- Када на чврсто тело делује моменат који је различит од нуле ($\neq 0$), објекат има угаоно убрзање
- Угаоно убрзање је директно пропорционално резултантном моменту
 - Релација је аналогна $\Sigma F = ma$
 - Њутнов други закон за транслаторно кретање



Моменат инерције

- Моменат инерције при ротационом кретању је аналоган маси при транслаторном кретању
- Момент инерције описује инерцију објекта при ротационом кретању
- *Момент инерције, I , објекта*

$$I \equiv \sum mr^2$$

- SI јединице су kgm^2

Њутнов други закон за ротационо кретање

$$\Sigma \tau = I\alpha$$

- Угаоно убрзање је директно пропорционално резултантном моменту сила
- Угаоно убрзање је инверзно пропорционално моменту инерције објекта.



Питање – момент

Константни моменат је примењен на објекат. Шта *неће* бити константно?

- a) угаоно убрзање
- b) угаона брзина
- c) момент инерције

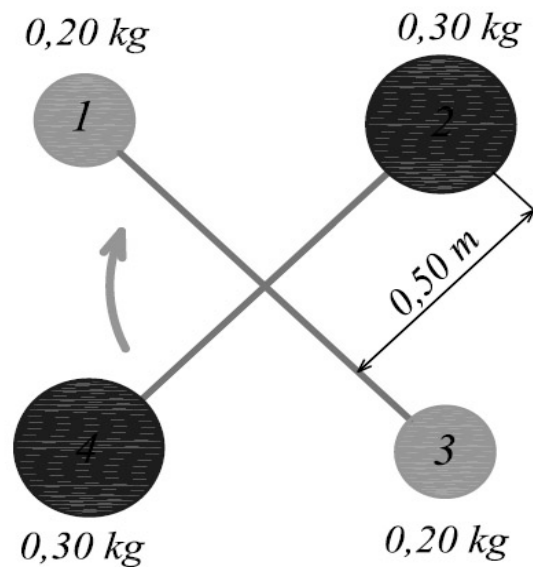
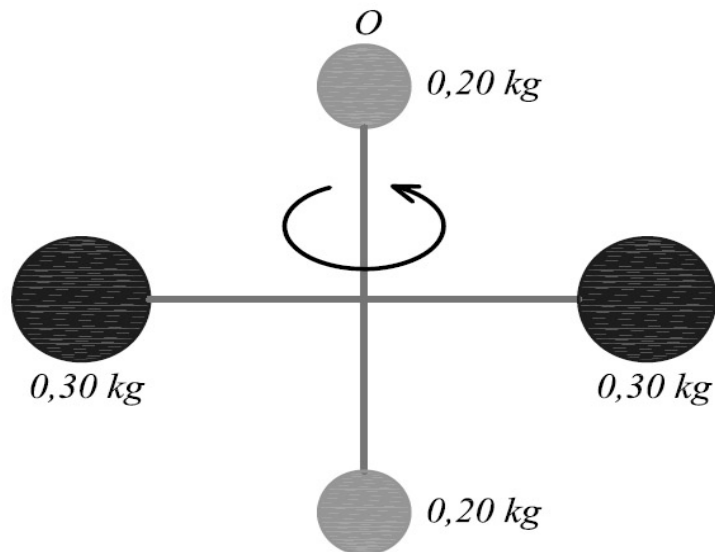


Више о моменту инерције

- Главна разлика између момента инерције и масе: момент инерције зависи и од количине материје и од њене *дистрибуције* у оквиру чверстог тела.
- Момент инерције такође зависи и од положаја осе ротације – ако објекту промените осу ротације, момент инерције се генерално мења.

Моменат инерције-осе

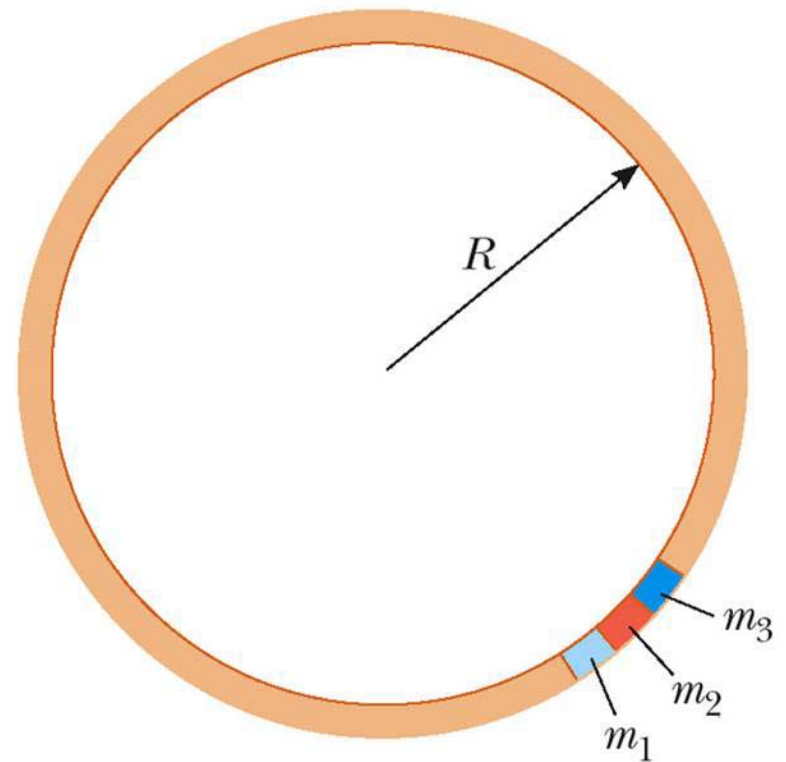
Израчунајте моменте инерције за објекат у случају оса ротације показаних на слици.



Момент инерције прстена

- Замислите да је прстен подељен на велики број малих сегмената $m_1 \dots$
- Сваки сегмент је на истом растојању од осе ротације

$$I = \sum m_i r_i^2 = MR^2$$

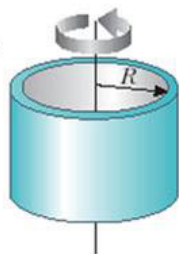


Моменти инерције других објеката

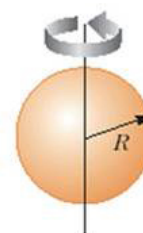
TABLE 8.1

Moments of Inertia for Various Rigid Objects of Uniform Composition

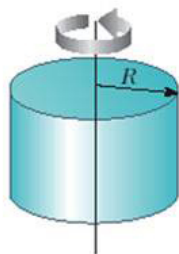
Hoop or thin cylindrical shell
 $I = MR^2$



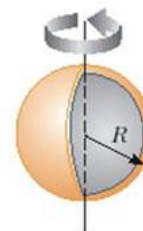
Solid sphere
 $I = \frac{2}{5} MR^2$



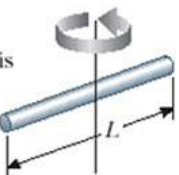
Solid cylinder or disk
 $I = \frac{1}{2} MR^2$



Thin spherical shell
 $I = \frac{2}{3} MR^2$



Long thin rod with rotation axis through center
 $I = \frac{1}{12} ML^2$

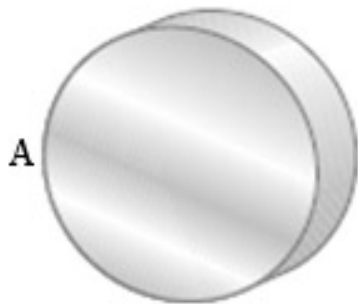


Long thin rod with rotation axis through end
 $I = \frac{1}{3} ML^2$



Питање-момент инерције

- Два чврста тела која су приказана на слици имају исти радијус, масу и угаону брзину. Ако је исти закочни моменат примењен на оба тела, којем телу треба дуже да се заустави?



Задатак-бунар

Чекрк на бунару у облику цилиндра масе $M=4\text{kg}$ и радијуса $R=0.2\text{m}$, се користи да извуче кофу воде из бунара. Кофа масе $m=3\text{kg}$ је закачена за конопац који је намотан око цилиндра.

- Нађи силу затезања T у конопцу и убрзање a кофе?
- Ако кофа креће из мировања и треба јој 2s да достигне дно бунара, са које висине пада?

